



Secretaría de Investigación y Doctorado

Pre-admisión al Doctorado: examen de MATEMÁTICA

En la resolución de cada ítem exponga claramente su forma de razonar, justifique lo que afirma e incluya el desarrollo de los cálculos asociados.

- 1) Justifique si cada una de las siguientes afirmaciones es Verdadera o Falsa, en caso de ser Falsa alcanza con que elija y desarrolle un contraejemplo.
- a) Toda función f de una variable que es derivable en un punto x_0 , es continua en dicho punto.
 - b) Toda función f de dos variables que admite derivadas parciales en un punto (x_0, y_0) , es continua en dicho punto.

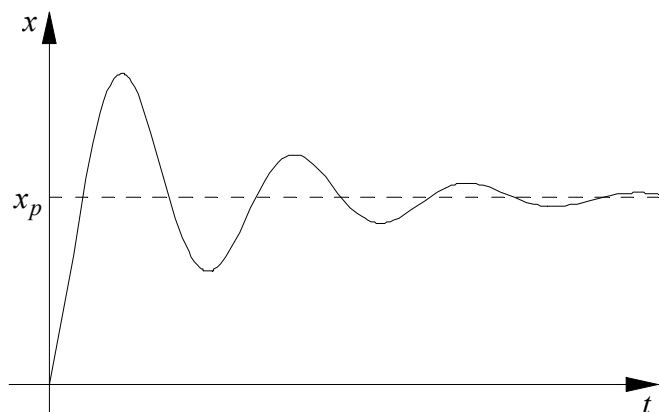
- 2) Aplicando el cambio de coordenadas dado por $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$ la región D del plano xy se transforma en W del plano uv . Calcule $\iint_W v^2 dudv$ sabiendo que $\iint_D (y - 4x)^2 dx dy = 150$.

- 3) En un determinado proceso de carga que comienza en tiempo $t = 0$ segundos, la tensión v (o diferencia de potencial en volts) entre terminales de un capacitor responde a la expresión $v = E(1 - e^{-t/\tau})$, mientras que $i = C \frac{dv}{dt}$ es la intensidad de corriente eléctrica en Ampere. Calcule la energía acumulada en el capacitor al finalizar el proceso de carga, sabiendo que dicha energía en Joule es $\int_0^\infty v i dt$ con E, R, C constantes, $\tau = RC$. El integrando es el producto v por i .

- 4) El movimiento en línea recta de un cuerpo puntual se puede modelizar razonablemente mediante la ecuación diferencial lineal a coeficientes constantes $4x'' + kx' + 9x = F$. En dicha ecuación las derivadas se toman respecto del tiempo t en segundos (s), x es la posición del cuerpo en metros (m) y F es la intensidad de una fuerza en Newton (N) aplicada en la dirección del movimiento.

Suponiendo que F es constante:

- a) ¿Para qué rango de valores de k el movimiento puede tener un comportamiento del tipo oscilatorio amortiguado alrededor de una posición fija (ver dibujo)?
- b) En caso que el movimiento sea del tipo que se representa, calcule la posición x_p en estado permanente (ver dibujo).



- c) De acuerdo a las unidades de medida mencionadas, ¿cuáles son las unidades correspondientes para los coeficientes “4”, “k” y “9” de la ecuación diferencial?